



Луна

Луна - ближайший к Земле астрономический объект. Посадка корабля на Луну - это самое простое задание, с которым человечество справлялось уже не раз.

Создание и запуск аппарата для исследования лунной поверхности состоит из нескольких этапов. В этой задаче мы рассмотрим только один, но самый интересный этап — **посадку аппарата**. Вам придется сконструировать собственный аппарат и составить техническое задание на его производство, дождаться результатов полета и получить телеметрию процесса посадки.

Успешно посадить аппарат с первой попытки не просто. В случае неудачи вам предстоит проанализировать данные телеметрии и изменить техническое задание для следующего запуска.

Условия победы

За успешное решение этой миссии вы получаете победные очки. В миссии возможны следующие достижения:

Первые на Луне — Первым сесть на Луну (40 очков)

Вторые на Луне — Вторым сесть на Луну (30 очков)

Третьи на Луне — Третьим сесть на Луну (20 очков)

Идеальный расчет — Сесть с первой попытки (80 очков)

Точный расчет — Сесть со второй попытки (70 очков)

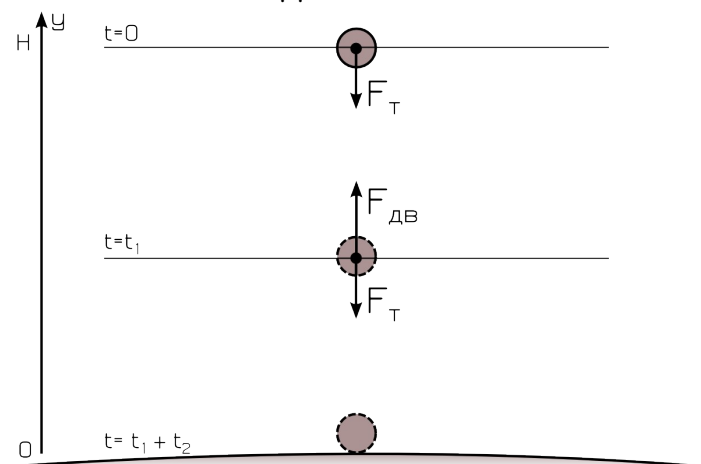
Есть посадка — Сесть с 3-10 попытки (50 очков)

Мы за ценой не постоим — Сесть с 11+ попытки (10 очков)

Сроки соблюдены — Сесть на Луну за первый день турнира, т. е. 24 часа с момента открытия задач (30 очков)

В яблочко! — Сесть на Луну с посадочной скоростью меньше 40 м/с (30 очков)

Постановка задачи



Это только первая, тренировочная задача, поэтому в ней есть несколько допущений: аппарат падает вертикально на поверхность Луны, его начальная скорость равна нулю, а из доступного оборудования есть только демпфер и тормозной двигатель.

Задача состоит в том, чтобы определить, в какой момент времени t_1 нужно включить тормозной двигатель, чтобы к моменту посадки t_1+t_2 скорость корабля была бы

меньше 50 м/с, иначе удар не удастся амортизировать с помощью демпфера.

Другими словами, вам нужно **вычислить два параметра** — время включения тормозного двигателя и время его выключения — и вставить их в программу полета аппарата.

Все исходные данные известны: это начальная высота, масса и радиус Луны, масса аппарата, сила тормозного двигателя. Данные представлены в таблице далее. Мы предлагаем вам **следовать предложенным шагам** и выполнять задания, **выделенные серым**, – в этом случае вы сможете посадить аппарат с минимальным числом попыток.

Исходные данные

Параметр	Пояснение	Значение
H	Высота схода аппарата с орбиты (начало падения)	См. вариант на сайте
G	Гравитационная постоянная	$6,6742 \cdot 10^{-11} \text{ Н м}^2/\text{кг}^2$
M	Масса Луны	$7,35 \cdot 10^{22} \text{ кг}$
R	Радиус Луны	1 737 100 м (1737 км)
a_e	Ускорение, сообщаемое аппарату тормозным двигателем	Вычисляется по формуле: $a_e = F_{\text{дв}}/m$ (второй закон Ньютона), м/с^2
m	Масса аппарата	До включения двигателя масса равна 2935,88 кг
F_e или F_{дв}	Сила тяги тормозного двигателя, используемого на данном аппарате	Вычисляется по формуле: $F = u \times \Delta m$
u	Скорость истечения газов из сопла двигателя	3600 м/с
Δm	Расход топлива	4,2 кг/с Всего аппарат содержит $m_f = 500 \text{ кг}$ топлива.

Шаг 1. Аналитическое решение

Задача может быть решена аналитически. Для этого необходимы два допущения:

1. что масса корабля остается постоянной (топливо не расходуется);
2. что сила тяжести также не изменяется с высотой (стартовая высота мала по сравнению с радиусом Луны).

Хотя решение будет не очень точным, в этом случае легко записать систему уравнений и решить ее (решение системы уравнений вы можете найти в **Приложении** далее). Время включения двигателя (t_1) и время работы двигателя (t_2) можно вычислить через формулы:

$$t_1 = \sqrt{2H\left(\frac{1}{g} - \frac{1}{a_e}\right)} = \sqrt{2H\left(\frac{r^2}{GM} - \frac{m}{F_e}\right)}, \quad t_2 = \frac{gt_1}{a},$$

где **$a = a_e - g$** , где r - высота аппарата, которая меняется в интервале от $(H + R)$ до R , а m - масса аппарата, которая в ходе полета может уменьшиться до величины $(m - m_f)$ в

результате расхода топлива.

Выберите значения r и m для ваших массы аппарата и стартовой высоты. Получите по формуле значения t_1 и t_2 .

Шаг 2. Программа полета

Вам нужно будет исправить программу полета и ввести туда рассчитанные значения времени включения двигателей (t_1) и времени работы двигателя (t_2):

```
t1 = # ПОСЧИТАТЬ И ВВЕСТИ t1
t2 = # ПОСЧИТАТЬ И ВВЕСТИ t2
engine = False
probe.set_device_period('D1', 10)
while probe.run():
    if not engine and t1 <= probe.cpu_get_flight_time() < t1 + t2:
        probe.set_device_state('EG1', STATE_ON)
        engine = True
        continue
    if engine and probe.cpu_get_flight_time() >= t1 + t2:
        probe.set_device_state('EG1', STATE_OFF)
        engine = False
        continue
    if probe.navigation_has_landed():
        # УСПЕШНАЯ ПОСАДКА
        break
```

Рекомендуем вам также почитать Руководство по программированию аппарата на языке Python.

Шаг 3. Анализ телеметрии

По итогам запуска вам будут доступны записи телеметрии аппарата. Помимо общих сведений об аппарате, вы увидите таблицу изменений основных параметров аппарата с течением времени:

Ti=00:04:50 H=000041.4 Vy=-0041.6 Ac=04.15 Ae=005.8

Возможные параметры телеметрии представлены в таблице:

Название	Код	Единица измерения	Комментарий
Время полета	Ti	час:мин:сек	Период телеметрии 10 сек
Высота над поверхностью	H	м	Начальная высота 50 000 м
Вертикальная скорость	Vy	м/с	Начальная скорость равна 0. Напоминаем, что ось y направлена вверх
Суммарное ускорение	Ac	м/с ²	Абсолютное значение ускорения
Ускорение от двигателей	Ae	м/с ²	Абсолютное значение ускорения, создаваемого включенным двигателем

Используя данные телеметрии, постройте графики изменения скорости и высоты. Объясните качественное изменение этих величин.

Шаг 3. Переход от аналитического решения к фактическому

Предложенное аналитическое решение не дает точного правильного ответа: для некоторых значений t_1 аппарат разбивается. Это связано с тем, что в реальности изменениями массы и высоты аппарата нельзя пренебрегать. Вернемся к формуле:

$$t_1 = \sqrt{2H \left(\frac{r^2}{GM} - \frac{m}{F_e} \right)}$$

Из нее видно, что в течение полета уменьшаются оба числителя. Можно оценить крайние значения t_1 , а также значения, получаемые для средних величин r и m . Правильный ответ будет лежать в этой области.

Используйте результат первого полета, чтобы понять, должны ли вы уменьшить или увеличить время включения тормозного двигателя. Ориентируйтесь на диапазон значений t_1 , полученных из аналитического решения. Посадите корабль на Луну за минимальное число попыток.

Приложение. Как получено аналитическое решение

Разделим спуск аппарата на два промежутка времени: от начала движения до включения тормозного двигателя ($0; t_1$), и от включения двигателя до касания поверхности ($t_1; t_2$). Для первого этапа уравнение движения имеет вид:

$$y_1 = H - \frac{gt_1^2}{2}$$

Это падение под действием силы тяжести, где g рассматривается как константа и равно $g = \frac{GM}{R^2}$. Для второго этапа:

$$y_2 = y_1 - v_e t_2 + \frac{at_2^2}{2},$$

где $v_e = gt_1$ - абсолютное значение скорости, набранной в результате начального падения, а $a = a_e - g$ - общее ускорение, состоящее из ускорения свободного падения g и ускорения, сообщаемого двигателями a_e .

В сумме проделанный аппаратом путь равен высоте, с которой началось падение, поэтому:

$$y_2 = 0$$

Нам необходимо подобрать момент включения двигателя (t_1) так, чтобы скорость, набранная за первый этап, (v_e) была полностью погашена за время второго этапа (движение с включенным двигателем до посадки), т.е:

$$v_e = at_2$$

Все эти соображения дают нам систему уравнений, решив которую, мы сможем найти оптимальное время включения двигателя. Система уравнений 1-6:

$$y_1 = H - \frac{gt_1^2}{2} \quad (1)$$

$$y_2 = y_1 - v_e t_2 + \frac{at_2^2}{2} \quad (2)$$

$$y_2 = 0 \quad (3)$$

$$v_e = gt_1 \quad (4)$$

$$v_e = at_2 \quad (5)$$

$$a = a_e - g \quad (6)$$

Важно не забыть следующие моменты:

- ось Y направлена вверх, точка начала координат находится на поверхности планеты;
- мы считаем, что g - константа (**в реальности это не так**);
- мы пренебрегаем уменьшением массы аппарата, т.е. считаем что a - константа (**в реальности это также неверно**, ведь топливо на корабле вырабатывается).

Решение:

Выразим t_2 через t_1 , используя уравнения 4 и 5.

$$gt_1 = at_2 \text{ или } t_2 = \frac{gt_1}{a} \quad (7)$$

Поставим в уравнение 2 y_1 и y_2 уравнений 1 и 3.

$$0 = H - \frac{gt_1^2}{2} - v_e t_2 + \frac{at_2^2}{2} \text{ или } \frac{gt_1^2}{2} + v_e t_2 - \frac{at_2^2}{2} = H$$

Заменим v_e на его значение из уравнения 4.

$$\frac{gt_1^2}{2} + gt_1 t_2 - \frac{at_2^2}{2} = H$$

Подставим значение t_2 из уравнения 7.

$$\begin{aligned} \frac{gt_1^2}{2} + gt_1 \frac{gt_1}{a} - \frac{a}{2} \left(\frac{gt_1}{a} \right)^2 &= H \Rightarrow \frac{gt_1^2}{2} + \frac{g^2 t_1^2}{a} - \frac{g^2 t_1^2}{2a} = H \Rightarrow \\ agt_1^2 + 2g^2 t_1^2 - g^2 t_1^2 &= 2aH \Rightarrow t_1^2 (ag + g^2) = 2aH \Rightarrow \\ t_1 &= \sqrt{\frac{2aH}{(ag + g^2)}} \end{aligned}$$

Подставим значение a из уравнения 6.

$$\begin{aligned} t_1 &= \sqrt{\frac{2(a_e - g)H}{((a_e - g)g + g^2)}} \Rightarrow t_1 = \sqrt{2H \frac{(a_e - g)}{a_e g}} \Rightarrow \\ t_1 &= \sqrt{2H \left(\frac{1}{g} - \frac{1}{a_e} \right)} \quad (8) \end{aligned}$$